FIZIK JARAYONLARDA ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMLARNI O'RNI

Xaydarov Ilxom Qudratovich
Dotsent, Chirchiq davlat pedagogika instituti
Toshkent ,O'zbekiston
Usmonov Baxtiyor Zoxirovich
Katta o'qituvchi, Chirchiq davlat pedagogika instituti
Toshkent, O'zbekiston
Begliyev Ixtiyor G'aybullayevich
Magistrant, Chirchiq davlat pedagogika instituti
Toshkent ,O'zbekiston

Annotatsiya: *Ushbu maqolada keyingi yillarda juda ahamiyat qaratayotgan fanlararo integratsiya muammosi yani fizik masalalar va differensial tenglamlar orasida integratsiya qaratilgan. Fizik jarayonlarni differensial tenglamar yordamida yechishga doir bir nechta misollar keltirilgan.*

Tayanch so'zlar: *moddiy nuqta, integratsiya, tezlik, kuch, differensial tenglama.*

THE PLACE OF SIMPLE DIFFERENTIAL EQUATIONS IN PHYSICAL PROCESSES

Xaydarov Ilxom Quidratovich
Associate Professor, Chirchik State Pedagogical Institute, Tashkent, Uzbekistan
Usmonov Bakhtiyor Zokhirovich
Senior teacher of Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region
Begliyev Ixtiyor G'aybullayevich
Master, Chirchik State Pedagogical Institute, Tashkent, Uzbekistan

Abstract: *This paper focuses on the problem of interdisciplinary integration, which has become very important in recent years, that is, integration between physical problems and differential equations. There are several examples of solving physical processes using differential equations.*

Keywords: *material point, integration, velocity, power, differential equation.*

KIRISH

Fanlararo integratsiya - bir o'quv intizomining qonunlarini, nazariyalarini, usullarini boshqasini o'rganishda qo'llashda namoyon bo'ladi. Ushbu darajada amalga oshirilgan tarkibni tizimlashtirish talabalar ongida dunyoning yaxlit rasmini shakllantirish kabi bilim natijasiga olib keladi, bu esa o'z navbatida umumiy ilmiy tushunchalar, toifalar, yondashuvlarda o'z ifodasini topadigan yangi darajadagi bilim turini paydo bo'lishiga olib keladi. Fanlararo integratsiya fanlararo integratsiyani sezilarli darajada boyitadi.

Tabiiy va fizik jarayonlarni o’rganishda fanlararo integratsiya juda katta ahamiyatga ega. Har doim fizika fanida matematikaning o’rni beqiyosdir.

Ushbu ishda fizika va differensial tenglamalari fanlari orasidagi integratsiya qanchalik muhim ekanligini quyidagi misollar yordamida ko’rib chiqilgan. Fizik jarayonlarni oddiy differensial tenglamlar yordamida yechish ko’rib chiqilgan.

Quyidagi ishlarda ham fanlararo integratsiya katta ahamiyat qaratilgan.[0],[2],[5],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**] ishlarda matematika va informatika fanlari orasidagi fanlararo integratsiyaga katta e’tibor qaratilgan. [3],[4],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**] ishlarda algebra va geometriya fanlari orasidai integratsiya misollar yordamida ko’rsatilgan. [6],[7],[8],[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17], [18],[19] ishlarda matematika, mexanika va fizika fanlari orasida integratsiyalarni ko’rsatib o’tilgan.

Tadqiqot ob’ekti va qo‘llaniladigan metodlar

Tadqiqot ob’ekti sifatida fizik jarayonlarni oddiy differensial tenglamalar yordamida yechish. Tadqiqot metodlari: masalani yechishning aniq usullari, taqribiy-aniq usullari va sonli usullari.

Olingan natijalar va ularning tahlili

Oddiy differensial tenglamalar haqida teorima va xossalarida foydalanib fizik jarayonlarni yechishni keltiramiz.

Эркин моддий нуктанинг тўғри чизиқли ҳаракати. Эркин моддий нуқта тўғри чизиқли ҳаракат қилиши учун унга таъсир этувчи кучларнинг тенг таъсир этувчиси ўзгармас йўналишга эга бўлиши ва бошланғич тезлик эса тенг таъсир этувчи куч йўналиши бўйича йўналиши ёки нолга тенг бўлиши керак. Ҳаракат $\boldsymbol{x}$ ўқи бўйича содир бўлса, нуқта тўғри чизиқли ҳаракатининг дифференциал тенгламасини Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан

$$m\frac{dv}{dt} = F(x, v, t)$$

ёки

$$m\ddot{x} = F(x, v, t) \qquad (1)$$

кўринишларда ёзиш мумкин.

Бунда $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$ тезланиш ҳаракат қонунидан вақт бўйича олинган иккинчи ва $\boldsymbol{v}$ тезликдан $\boldsymbol{t}$ вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилалар, $\boldsymbol{m}$ — ҳаракатланаётган нуқта массаси, $\boldsymbol{F}$ — тенг таъсир этувчи кучнинг алгебраик қиймати.

а) Моддий нуқтага миқдор ва йуналиш жиҳатдан ўзгармас бўлган $\vec{\boldsymbol{F}}$ *куч таъсир қилсин.* Нуқтанинг бошланғич тезлиги $\vec{\boldsymbol{F}}$ кучнинг таъсир чизиғида ётсин. $\boldsymbol{x}$ ўқни $\vec{\boldsymbol{F}}$ кучнинг таъсир чизиғи бўйлаб йўналтирамиз. У ҳолда (1) тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m\ddot{x} = F \tag{2}$$

бунда $\boldsymbol{F}$ — кучнинг алгебраик қиймати. (2) да $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt}$ эканлигини ҳисобга олиб, ўзгарувчиларни ажратамиз ва интеграллашдан сўнг

$$dx = \frac{F}{m}dt,$$

$$x = \frac{F}{m}t + C_1 \tag{3}$$

ни ҳосил қиламиз.

(3) да ҳам $x = \frac{dx}{dt}$ эканлигини эътиборга олиб, ўзгарувчиларни ажратамиз:

$$dx = \left(\frac{F}{m}t + C_1\right)dt,$$

буни интеграллашдан сўнг

$$x = \frac{F}{m}t^2 + C_1 t + C_2 \tag{4}$$

ни топамиз.

(4) ифода (2) дифференциал тенгламанинг умумий ечимидир.

Ҳаракатнинг бошланғич шартлари $\boldsymbol{t = 0}$ да $\boldsymbol{x = x_0}$, $\boldsymbol{v = v_0}$ кўринишда бўлсин. У ҳолда уларни (3) ва (4) ифода ларга қўйиб, интеграллаш доимийлари $\boldsymbol{C_1}$ ва $\boldsymbol{C_2}$ ларни аниқлаймиз: $\boldsymbol{C_1 = v_0}$, $\boldsymbol{C_2 = x_0}$. Топилган қийматларни (4)га қўйиб, нуқтанинг ҳаракат қонунини аниқлаймиз:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{F}{m}t^2 \tag{5}$$

(5) дан нуқта ўзгармас куч таъсири остида текис ўзгарувчан ҳаракатда бўлишини тушуниш қийин эмас.

б) Моддий нуқтага фақат вақтга боғлиқ куч таъсир этсин. ***F*** куч фақат ***t*** вақтнинг функцияси сифатида берилган бўлсин. У ҳолда (1) тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m\ddot{x} = F(t) \tag{6}$$

ёки тўғри чизиқли ҳаракатда $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = v, \ddot{x} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{dv}{dt}$ бўлгани учун

$$m\frac{dv}{dt} = F(t) \tag{7}$$

(7) тенгламани $\boldsymbol{t = t_0}$ да $\boldsymbol{v = v_0}$ бошланғич шартда интеграллаб, хусусий ечимни ҳосил қиламиз:

$$v = \frac{1}{m}\int_{t_0}^{t} F(\tau)\,d\tau + v_0$$

Бу ечимни қуйидагича қайта ёзиш мумкин:

$$mv - mv_0 = \int_{t_0}^{t} F(\tau)\,d\tau \tag{8}$$

(8) дан кўринадики, нуқтанинг бирор чекли вақт оралиғидаги ҳаракат миқдорининг ўзгариши таъсир этувчи кучнинг шу вақт оралиғидаги импульсига тенг (ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги қонун). ***F(t)*** маълум функция бўлганлиги учун охирги интегрални ҳисоблаб, вақтнинг функциясидан иборат бирор

$$f(t) = \int_{t_0}^{t} F(\tau)\,d\tau \tag{9}$$

функция билан алмаштирсак, натижада (9) ни

$$mv - mv_0 = f(t) \tag{10}$$

кўринишда ёзиш мумкин. (10) дан нуқтанинг тезлиги ***v*** ни аниқлаймиз:

$$v = v_0 + \frac{1}{m}f(t)$$

Бу тенгдамада $v = \frac{dx}{dt}$ бўлгани учун

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + \frac{1}{m}f(t)$$

ёки ўзгарувчиларни ажратсак,

$$dx=\left[v_0+\frac{1}{m}f(t)\right]dt$$

бўлади.

Бошланғич $\boldsymbol{t=t_0}$ пайтда $\boldsymbol{x=x_0}$ дейлик. Бу бошланғич шартларда охирги тенгламани интеграллаймиз:

$$x=\int_{t_0}^{t}\left[v_0+\frac{1}{m}f(t)\right]dt+C$$

ёки

$$x=x_0+v_0(t-t_0)+\frac{1}{m}\int_{t_0}^{t}f(t)dt$$

Бу тенглама вақтга боғлиқ функция тарзида берилган ўзгарувчан куч таъсиридаги нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракат қонунини ифодалайди.

в) Моддий нуқтага фақат нуқтанинг ҳолатига боғлиқ куч таъсир қилсин. У ҳолда (1) тенгламани

$$m\frac{dv}{dt}=F(x)$$

ёки

$$m\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=F(x)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бунда $\frac{dx}{dt}=v$ бўлгани учун

$$mv\frac{dv}{dx}=F(x), \tag{11}$$

ўзгарувчиларни ажратсак,

$$mv\,dv=F(x)dx \tag{12}$$

Бошланғич $\boldsymbol{t=t_0}$ да $\boldsymbol{x=x_0}$, $\boldsymbol{v=v_0}$ бўлсин. (5.11) тенгламани бу бошланғич шартларда интеграллаймиз ва қуйидаги хусусий интегрални топамиз:

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=\int_{x_0}^{x}F(x)dx \tag{13}$$

(13) тенглик нуқтанинг $\boldsymbol{x=x_0}$ масофага кўчишида унинг кинетик

энергиясининг ўзгариши кучнинг шу ўтган йўлда бажарган ишига тенг эканлигини кўрсатади. Бу муносабат куч кўчиш функцияси кўринишида берилган ва нуқтанинг тезлигини ҳам кўчиш функцияси каби ифодалаш талаб қилинган ҳолларда жуда қулайдир.

Ҳақиқатан ҳам, (13) нинг ўнг томонидаги интегрални ***f(x)*** билан белгилаймиз, у ҳолда

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = f(x),$$

бундан нуқтанинг тезлигини аниқлаймиз:

$$v = \pm\sqrt{v_0^2 + \frac{2}{m}f(x)},$$

(илдиз олдидаги ишора нуқтанинг ***x*** ўқнинг мусбат ёки манфий йўналишида ҳаракатланишига қараб мос равишда танлаб олинади) ёки $v = \frac{dx}{dt}$ бўлгани учун

$$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{v_0^2 + \frac{2}{m}f(x)}$$

ўзгарувчиларни ажратсак,

$$\pm\frac{dx}{\sqrt{v_0^2 + \frac{2}{m}f(x)}} = dt$$

бўлади.

Берилган бошланғич шартларни эътиборга олиб, бу тенгламани интегралласак,

$$\pm\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{\sqrt{v_0^2 + \frac{2}{m}f(x)}} = t - t_0$$

бўлади.

Бу тенгламанинг чап томонидаги интегрални ҳисоблаб, ***x*** ни ***t*** вақтнинг функцияси сифатида ифодалаймиз ва нуқтанинг ҳаракат қонунини топамиз.

г) Моддий нуқтага таъсир этути куч фақат нуқтанинг тезлигига *боғлиқ булсин*. Бундай ҳоллар одатда қаршилик кучини ҳисобга олиш лозим бўлган масалаларни ечишда учрайди. $\boldsymbol{F = f(v)}$ бўлганда нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракати дифференциал тенгламасини икки усулда интеграллаш мумкин.

1-усул. Моддий нуқта ҳаракати дифференциал тенгламасини

$$m\frac{dv}{dt} = f(v) \tag{14}$$

кўринишда олиб, ўзгарувчиларни ажратамиз:

$$m\frac{dv}{f(v)} = dt$$

Бошланғич $\boldsymbol{t = t_0}$ пайтда $\boldsymbol{v = v_0}$ эканини эътиборга олиб, тенгламани интеграллаймиз:

$$m\int\frac{dv}{f(v)} = t - t_0 \tag{15}$$

(15) нинг чап томонидаги интегрални ҳисоблаб, олинган ифодани $\boldsymbol{v}$ га нисбатан ечсак,

$$v = \frac{dx}{dt} = \varphi(t) \tag{16}$$

бўлади. Бошлангич $\boldsymbol{t = t_0}$ пайтда $\boldsymbol{x = x_0}$ эканини ҳисобга олиб, бу тенгламани интеграллаб, нуқтанинг ҳаракат қонунини аниқлаймиз:

$$x = x_0 + \int_{t_0}^{t}\varphi(t)dt$$

2- у с у л. Нуқта ҳаракатининг дифференциал тенгламасини яна қуйидагича ёзиш мумкин:

$$mv\frac{dv}{dx} = f(v)$$

Ўзгарувчиларни ажратамиз:

$$mv\frac{dv}{f(v)} = dx$$

тенгламани юқоридаги бошланғич шартларда интегралласак,

$$m\int_{v_0}^{v}\frac{vdv}{f(v)} = x - x_0 \tag{17}$$

ҳамда (17) нинг чап томонидаги интегрални ҳисоблаб, олинган тенгламани ***v*** га нисбатан ечсак, тезликни масофанинг функцияси сифатида аниқлаймиз:

$$v = \frac{dx}{dt} = \psi(x),$$

бундан

$$\frac{dx}{\psi(x)} = dt \tag{18}$$

Бу тенгламани берилган бошланғич шартларга интеграллаймиз:

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{\psi(x)} = t - t_0 \tag{19}$$

(19) нинг чап томонидаги интегрални ҳисоблаб, олинган тенгламани ***x*** га нисбатан ечсак, ***x*** ни вақтнинг функцияси кўринишида ифодалаш мумкин.

Xulosa qilib aytganda talabalarni o'qitishda fanlararo integratsiya muhim sanaladi. Oddiy differensial tenglamalar fanini fizika yonalishiga o'tayotganda har bir fizik jarayoni differensial tenglama orqali hal etilishini ko'rsatilsa o'quvchu talabalar shu fanni nima uchun o'qish kerak yoki o'rganish kerak degan savollarga javob topadi va shu fanni chuqur o'rganishga va tushunarli bo'lishiga kata yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. B.Z.Usmonov, G.Sh.Togayeva, M.A.Davlatova "O'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli bir jinsli differentsial tenglamalarini o'qitishda matematik paketlarni o'rni"./ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
2. G.U.Suyunova., B.Z.Usmonov. "Biologiya fanini o'rgatishda axborot-kommunikatsiya texnologiyalari o'rni va vazifalari". /ACADEMIC

RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

3. B.Z.Usmonov, T.A.Qobilov "Isbotlashlarda taqqoslamalar ning o'rni" "./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

4. Kutlimurotov, R. A., Usmonov, B. Z., Toshbayeva, N. Y., & Eshqorayev, Q "CHEKLI ZANJIRLI KASRLARNI BAZI MASALALARGA TADBIQI." "./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

5. B.Z.Usmonov, G.Sh.Togayeva, M.A.Davlatova "BIR JINSLI TOR TEBRANISH TENGLAMASI UCHUN II- CHEGARAVIY MASALANI FURE USULIDA YECHISHDA MATEMATIK PAKETLARNING ROLI"./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 4 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

6. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З**. Аналог задачи Геллерстедта для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа. \\ «Узбекский математический журнал». 2017. № 4. С. 51-57 .

7. **Islomov B. I.,Usmonov B.Z.** Nonlocal boundary value problem for a third-order equation of elliptic-hyperbolic type. // " Labachevskii Journal of Mathematics".2020. Vol. **41**. No 1. pp. 32-38.DOI: 10. 1134/ S19950802200 10060.

8. **Усмонов Б. З.** Обобщения задачи Трикоми для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа с разрывными условиями. // БухДУ илмий ахборотномаси, 2019 йили, №4.

9. **Исломов Б. И., Усмонов Б. З.** Локальная краевая задача для одного

класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа . // Вестник ЮУрГУ. Серия "Математика. Механика. Физика" 2020. № 3

10. **Усмонов Б. З.** Нелокальная краевая задача для уравнения третьего порядка с эллиптико-гиперболическим оператором. //Булитин Институт Математики. 2020. № 2.

11. Исломов Б.И., Усмонов Б. З. “Краевые задачи для одного класса уравнения третьего порядка с эллиптико-гиперболического оператором”// Самду Илмий ахборатномаси. 2020. №3

12. Bozor Islomovich Islomov, Bakhtier Zokhirovich Usmonov. ”Local boundary value problem for a class of third-order elliptic-hyperbolic type equation” //Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya" Matematika. Mekhanika. Fizika" 2020. № 3

13. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З**. Краевая задача для одного класса уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором Лаврентьева-Бицадзе. //Тезисы докладов «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Ташкент. 2017. С.43-44

14. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З**. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором Лаврентьева-Бицадзе// Материалы международной научно конференции «Дифферинциальные уравнения и смежные проблемы», 25-29 июня 2018 год, 238-240

15. **Усмонов Б. З**. Краевая задача типа задачи бицадзе-самаррского для уравнения смешанного типа третьего порядка эллиптико-гиперболического типа.// Abstracts of the International Conference

“Mathematical analysis and its application to mathematical physics”. September 17-20, 2018, Samarkand, Uzbekistan, 56-60.

16. **Усмонов Б. З**. Краевая задача для уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа. // Международная конференция «Обратные и некорректные задачи» Самарканд,2-4 октября,2019.128-129 .

17. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З**. Нелокальная краевая задача для уравнения эллиптико-гиперболического типа третьего порядка, когда главную часть оператора содержит производную по *y* // Узбекско-Российская научная конференция «Неклассические уравнения математичиской физики и их приложения». 24-26 октября 2019 года Тошкент,Узбекистан.

18. **Усмонов Б. З**. Краевая задача для уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа . // Международная научной конференции. «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики»/ 12-13 марта, 2020 год Фаргана.

19. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З**. Краевая задача для уравнения, составляющими из произведения не перестановочных дифференциальных операторов в прямоугольной области.// Of the Uzbekistan-Malaysia international online conference “COMPUTATIONAL MODELS TECHNOLOGIES”. August 24-25,2020

20. Usmonov B.Z., Islomov S.M.,Toshbayeva, N. Y. “GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI ROLI” ”./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

21. Usmonov B. Z., Qobilov T.A.,, Begliyev I.G’. “FIZIK MASALALARNI YECHISHDA BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL

TENGLAMALARNI ROLI" ./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

22. Кутлимуротов А.Р.,Усмонов Б.З., Дармонова А. "РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ"./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723