УДК: 004.02, 519.86, 519.868, 316.4, 330.4

Соловьёв А.С.,
Россия, г. Ростов-на-Дону,

СЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Аннотация: *В работе предлагается сетевое моделирование экономических и социальных систем в виде цепных комплексов с применением в анализе методов квантовой механики.*

Ключевые слова: *многоуровневая иерархическая структура, цепной комплекс, сеть, модуль, идеал, факторпространства, внешняя и внутренняя мера, качество количество.*

Solovyov A.S., Russia, Rostov-on-don

NETWORK MODELING.

Abstract: *The paper proposes network modeling of economic and social systems in the form of chain complexes with the use of quantum mechanics methods in the analysis.*

Keywords: *multilevel hierarchical structure, chain complex, network, module, ideal, factor spaces, external and internal measure, quality quantity.*

Современное развитие социальных и производственных отношений требует внедрения цифровых технологий, которые бы опираясь на современный математический аппарат. Например, для повышения производительности труда нужны не только высокопроизводительные машины, но и эффективное размещение производства, высоко профессиональные кадры, эффективное управление производственным персоналом. Отсюда возникают задачи по априори неполной и текущей информации формулирования цели, разработки методов автоматического сближения с ней для сложных многоуровневых иерархически структурированных производственных комплексов, моделирование поведения и управления им. При этом объект должен воспринимается как иерархически структурированный образ в его количественно качественной интерпретации.

Рассмотрим простейший пример. Предположим, что для принятия решения требуется оценить состояние Ψ производственного персонала фирмы. Для этого выделим высокопрофессиональных работников. Отметим их величиной x_1 и способности этих работников пометим их собственной функцией Ψ_1. Пусть на фирме регистрируется с данными функциональными особенностями n_1 человек. Получаем соотношение $x_1 = n_1\Psi_1$. Допустим, что на производстве выделяются отличные работники Ψ_2 количеством m_2. Работники со средними способностями Ψ_3 в количестве n_3. Обучаемый персонал, разгильдяи и обслуживающий персонал соответственно $x_k = x_k(\Psi_k, n_k)$, $k = 4, 5, 0$. Если обозначить величиной n весь перечисленный производственный персонал x фирмы, то приходим к равенству

$$x = x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5, \qquad (1)$$

в котором каждая величина x_k, $k = 0, 1, \ldots, 5$ и само агрегатное значение x суть качественно Ψ определённые количества n, $x = \Psi n = n\Psi$. Если разделить обе части равенства (1) на количественную характеристику левой его части, то получим представление качества производственного коллектива в форме m-мерной выпуклой линейной комбинации, симплекса - $S^m = (\Psi^0, \Psi^1, \ldots, \Psi^m)$,

$$\Psi = \Psi^0\lambda_0 + \Psi^1\lambda_1 + \cdots + \Psi^m\lambda_m, \qquad (2)$$

где коэффициенты действительные числа и удовлетворяют условиям

$$\lambda_0 + \lambda_1 + \cdots + \lambda_m = 1, \qquad (3)$$

$$\lambda_k \geq 0, \;\; k = 0,1, \ldots, m. \qquad (4)$$

Пропорции в отношении коэффициентов $\lambda_0 : \lambda_1 : \ldots : \lambda_m$ линейное комбинации (2) характеризует качество трудового коллектива, а множество K возможных его состояний может интерпретироваться как точка Ψ аффинного пространства K, которая определяется координатами – последовательностью чисел $\Psi = (\lambda_0; \lambda_1; \lambda_2; \ldots; \lambda_m)$. При выполнении условий (3) и (4) коэффициент выражения (2) называются барицентрическими координатами данной точки.

Естественно, что в связи с экономическим смыслом, условия можно расширить и рассматривать представление агрегатной функции качества в виде (2) как точку аффинного подпространства A пространства K

$$\Psi = \Psi^k \lambda_k = \sum_{k \in M} \Psi^k \lambda_k , \in A \quad \sum_{k \in M} \lambda_k = 1,\ \Psi^0 \in A, \ldots, \Psi^m \in A. \qquad (3)$$

Выделим неотрицательные действительные числа $R = \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$. Это будет кольцо с единицей. Тогда коммутативная группа функций качества S^m будет R-модулем. Аргументы S^m условно будем называть векторами. Заметим, что в силу (1), представление (3), как R-модуль S^m, будет циклической группой Абеля.

Отметим, что в выражении (3) коэффициенты разложения по функциям качества могут принимать и действительные отрицательные значения, например, когда функции качества отражают центрированные и нормированные варианты, выраженные в единицах стандартной колеблемости. В этом случае кольцо R можно рассматривать как поле действительных чисел.

Следует также отметить, что условие (3), полученное из линейного представления (1), является существенным ограничением при моделировании реальной наблюдаемой, поскольку не учитывает взаимозависимость производственных факторов, т.к. здесь $S^{|M|} = x(x_0, x_1, \ldots, x_m)$ и её факторное разложение представляется рядом

$$x = \sum_{k \epsilon M} a^k x_k + \sum_{k<l \epsilon M \times M} a^{kl} x_k \wedge x_l + \sum_{k<l<m \in M \times M \times M} a^{klm} x_k \wedge x_l \wedge x_m + \cdots$$

Ограничиваясь первым линейным членом данной суммы, пренебрегаем межфакторной зависимостью и рассматриваем R-модуль M как линейное пространство L, в котором сам объект $x = \lambda\Psi$ и его аргументы $x_k = \lambda_k \Psi_k$, $k \in M$ можно рассматривать как векторы (точнее, кватернионы). Векторами можно полагать и сами собственные функции качества объекта и факторов описания его состояния.

К иерархическому представлению наблюдаемой. Рассмотрим два подмножества целых чисел $N, M \in R$ таких, что при $n = |N|$, $m = |M|$, $n > m$. Пусть имеет место наложение φ: $N \rightarrow M$ с разбиением множества N

$$Ker\ \varphi = \{N_k \mid k \in M\}. \qquad (4)$$

Каждому элементу множеств N и M присвоим собственную функцию качества $S^n = (\Psi^l \mid l \in N)$, $S^m = (\Psi^k \mid k \in M)$ и для агрегатной функции качества введём обозначение Ψ^0. Получаем абелевы группы – цепи в иерархическом представлении наблюдаемой (M, $\lambda_k^0 \in M$) и (N, λ_l^0) как сквозные проекции состояния объекта на распределённые качественные характеристики S^m и S^n.

При дифференциации состояния объекта по выделенным групповым качественным признакам получаем сквозные проекции распределения

$$\Psi^0 = \sum_{k \in M} \Psi^k \lambda_k^0 = \sum_{l \in N} \Psi^l \lambda_l^0. \quad (5)$$

Данные расслоения имеют иерархическую связь (4). Для выявления связи последнее выражение в (5) запишем в виде

$$\sum_{l \in N} \Psi^l \lambda_l^0 = \sum_{k \in M} \sum_{l \in N_k} \Psi^l \lambda_l^0. \quad (6)$$

Если ввести обозначения

$$\lambda_k^0 = \sum_{l \in N_k} \lambda_l^0, \quad \lambda_l^k = \frac{\lambda_l^0}{\lambda_0^k} \quad \Psi^k = \sum_{l \in N_k} \Psi^l \lambda_l^k, \quad (7)$$

то приходим к равенству (5), т.е. находим, что фактормножество N/M = (N_k | $k \in M$) является R-фактормодулем модуля N по разбиению M, где составляющие N_k являются идеалами и R-фактормодуль N равен прямой сумме идеалов

$$N = N_1 \oplus N_2 \oplus \ldots \oplus N_{|M|}. \quad (8)$$

Для собственных значений соответствующих качественных функций имеют место свойства

$$\sum_{l \in N} \Psi^l \lambda_l^0 = 1, \quad \sum_{k \in M} \Psi^k \lambda_k^0 = 1. \quad (9)$$

Дополнительные условия межмодульной связи для собственных значений идеалов с их первообразами факторных разбиений имеют вид

$$\sum_{l \in N_k} \lambda_l^k = 1, \quad k \in M. \quad (10)$$

Каждый из модулей M и N даёт описание состояния объекта в виде его модели соответствующей абстракции. При этом, поступление информации о состоянии объекта на один из модулей даёт отражение данного состояния на другом уровне абстрагирования.

Предположим, что свойства объекта на (k - 1)-ом уровне его описания характеризуются модулем K^{k-1}. Следующим этапом распознавания объекта служит уточнение и расширение ограниченного множества факторов описания объекта на предыдущем уровне моделирования. Приходим к модулю K^k. Естественно, что между этими описаниями существует связь. Эту связь определим множеством гомоморфизмов H_{k-1}^k. Горморфизмы в данном преобразовании действуют как правосторонний оператор связей

$$K^k = K^{k-1}H_{k-1}^k. \tag{11}$$

Спектр. Цепной комплекс и его графическое представление. Описание объекта при его распознавании в этом случае характеризуется последовательностью модулей и гомоморфизмов и является спектром, который представляется диаграммой

$$0 \to \Psi^0 \overset{\alpha}{\to} K^0 \overset{H_0^1}{\to} K^1 \overset{H_1^2}{\to} K^2 \overset{H_2^3}{\to} \dots \xrightarrow{H_{m-1}^m} K^m \to 0. \tag{12}$$

С другой стороны, можно поставить обратную задачу: распознать образ объекта по определённому множеству его характеристик K_m. Получаем обратный спектр

$$0 \to K_m \xrightarrow{H_{m-1}^m} K_{m-1} \xrightarrow{H_{m-2}^{m-1}} \dots \overset{H_1^2}{\to} K_1 \overset{H_0^1}{\to} (K_0 = \Psi_0) \to 0. \tag{13}$$

Обратный спектр составляет цепной комплекс, который запишем категорией

$$\mathcal{K} = (K, H). \tag{14}$$

Цепной комплекс — это последовательность модулей и гомоморфизмов

$$H_{p-1}^p : K_p \to K_{p-1}, \quad K_{p-1} = K_p H_{p-1}^p, \tag{15}$$

называемых граничными операторами или интегралами. Здесь при переходе с одного модуля на другой происходит агрегирование качественных характеристик. Операторы гомоморфизмов в данном случае являются правосторонними операторами на множестве модулей. В то время как в спектре (12) оператор гомоморфизмов является оператором левосторонним. В этом случае соответствующую категорию назовём сопряжённой и для неё введём обозначение $\mathcal{K}^*$. Находим

$$\mathcal{K}^* = (K, H)^* = (H^*, K^*). \tag{16}$$

При этом, выражение (15) принимает вид

$$H_p^{p-1} : K_{p-1} \to K_p, \quad K_p = H_p^{p-1} K_{p-1}. \qquad (17)$$

Категория (16) называется коцепным комплексом. Определения и свойства цепного комплекса и коцепного комплекса взаимно двойственные.

Поскольку элементы соответствующего модуля представляют качественный спектр разложения агрегатного свойства при его абстрагировании соответствующего уровня и являются циклически квантованными, то модули определяются как цепи цепных комплексов и эти цепи замкнуты. Цепи характеризуют горизонтальные качественные связи. Горизонтальные связи объединяют все идеалы соответствующего модуля (8). Связи элементов сопряжённых идеалов различных модулей назовём нитями.

Совокупность нитей и цепей представляется "паутиной", которую можно изобразить плоским графом. В представлении цепного комплекса орграфом нити направлены к центру. Их назовём центростремительными. В орграфе коцепного комплекса нити направлены из центра. Их назовём центробежными. Представление комплексов в виде неориентированной паутины представлено на рис. 1.

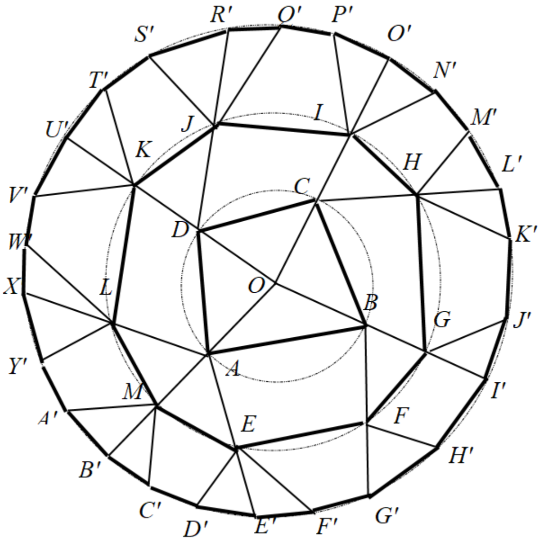

Рис.1. Представление цепного и коцепного комплексов в виде неориентированного плоского графа.

Данный граф можно изобразить пространственной многогранной конической поверхностью, вершиной которой будет точка *O*. Можно получить плоский граф, если эту коническую поверхность разрезать по любой нити и развернуть на плоскости.

Каждый узел графа характеризует его собственную функцию качества. Если число звеньев нити определить её длиной, то вершины графа, находящиеся на одинаковом расстоянии от вершины конической поверхности *O*, будут составлять цепь комплекса. Примером цепи комплекса является многоугольник *ABCD*. Без наложения дополнительных условий все вершины считаются равноправными, а цепь описывается их замкнутой циклической последовательностью. Каждой вершине в цепном комплексе образом на более низшей цепи является идеал. Например, вершине *A* на втором уровне графа соответствует идеал (L, M, E), на котором её качество, в интерпретации графа циклическим комплексом, представлено линейной комбинацией

$$K_A = h^L K_L + h^M K_M + h^E K_E. \tag{18}$$

На граничной цепи этой вершине соответствует идеал (W', X', …, F'), что отвечает представлению её собственной функции качества в виде

$$K_A = h^{W'} K_{W'} + h^{X'} K_{X'} + \cdots + h^{F'} K_{F'}. \tag{19}$$

Состоянию x объекта поставим в соответствие функтор f на категории (14), или, соответственно, на сопряжённой категории (16),

$$x = f(\mathcal{K}) = \big(f(K), f(H)\big) = (\Psi, \Lambda), \quad x^* = (\Lambda^*, \Psi^*), \tag{20}$$

подразумевая под ним оцифровку соответствующих характеристик.

Функтор сводит задачу к гомоморфизму цепных комплексов (рис. 2)

$$\begin{tikzcd}
\cdots \arrow[r] & K_{r+1} \arrow[r, "H^{r+1}{}_{r}"] \arrow[d] & K_{r} \arrow[r, "H^{r}{}_{r-1}"] \arrow[d] & K_{r-1} \arrow[r] \arrow[d] & \cdots \\
\cdots \arrow[r] & \Psi_{r+1} \arrow[r, "\Lambda^{r+1}{}_{r}"] & \Psi_{r} \arrow[r, "\Lambda^{r}{}_{r-1}"] & \Psi_{r-1} \arrow[r] & \cdots
\end{tikzcd}$$

Рис. 2 Гомоморфизм цепных комплексов.

Соотношения (17) и (18) принимают вид:

$$\Psi_A = \lambda^L \Psi_L + \lambda^M \Psi_M + \lambda^E \Psi_E, \quad \Psi_A = \lambda^{W'} \Psi_{W'} + \lambda^{X'} \Psi_{X'} + \dots + \lambda^{F'} \Psi_{F'}. \quad (21)$$

Таким образом, с помощью цепного (коцепного) комплекса качественное описание объекта представляется дискретным спектром. Здесь оценка качества каждой вершины графа равна единице. В соответствие с (9) и (10) заключаем, что вес ребра, соответствующему идеалу, равен вероятности его присутствия в этом идеале. Например, из первого равенства (21) следует, что вес ребра (оценка прочности звена соответствующей нити) (L, A) идеала (L, M, E) в формировании образа вершины A комплекса равен λ^L и $\lambda^L + \lambda^M + \lambda^E = 1$, т.е. вес нитей, исходящих от любого идеала согласован по Колмогорову, а сами нити представляют цепи Маркова. Такое состояние цепного комплекса назовём *нормальным состоянием*. Качество цепного комплекса в нормальном состоянии определим собственной функцией Ψ в её спектральном представлении (14).

Оценки на структурах. Зададим на цепном комплексе (14) в его нормальном виде функционал $x = x(\mathcal{K})$. Получим цепной комплекс. Приведём его к нормальному виду

$$\mathcal{N} = (\Psi, \Lambda) \quad (22)$$

и скалярным функционалом D_e зададим на нём внешнюю меру так, чтобы при описании данного состояния $x = a\Psi$ выполнялись условия

$$D_e(x) = x^2 = D_e(a)D_e(\Psi) = a^2, \ D_e(\Psi) = 1. \quad (23)$$

Второе равенство (23) свидетельствует о том, что состояние x достоверно является возмущением нормальной системы (22). Первое равенство даёт оценку этого возмущения. Дезагрегация оценки по структуре цепного комплекса приводит к влиянию возмущения каждого идеала на общее состояние объекта.

Собственная функция объекта характеризует его структуру. Если при возмущениях нормального состояния объекта его структура, структурная формула спектрального разложения в виде цепного комплекса (14), не меняется, то возмущения в вершинах идеалов можно перебросить на их связи с соответствующими образами путём изменения весовых значений нитей

$$\mathcal{N} + \delta\mathcal{N} = (\Psi + \delta\Psi, \Lambda) = (\Psi, \Lambda' = \Lambda + \delta\Lambda) \sim \mathcal{N}', \quad (24)$$

т.е. возмущения граничной цепи, либо любой скрытой цепи комплекса передаются последовательно по цепям к его вершине. По этим отражениям распознаётся прообраз возмущения. Например, при центральной гомотетии образ на соответствующей цепи может пропорционально измениться и перевернуться. При пропорциональном возмущении состояния граничных вершин структура цепного комплекса не деформируется. Возрастает только амплитуда образа, собственное значение. Из (23) видим, что внешняя оценка состояния равна внешней оценки его амплитуды.

Внешнюю меру (23) можно локализовать на подмножестве любой цепи, в частности, на её идеалах. Предположим, что M и N два произвольных модуля комплекса и имеет место наложение φ: $N \rightarrow M$ с ядром отображения $Ker\ \varphi = (N_k : k \in M)$. Пусть состояние x, распределено на модуле N. Запишем его в виде расслоения по идеалам

$$xN = \coprod_{k \in M} xN_k \quad (25)$$

и определим внешнюю меру этого распределения

$$D_e(xN) = \sum_{k \in M} D_e(xN_k) = \sum_{k \in M} D_e(N_k) D_i(xN_k), \quad (26)$$

где

$$D_i(xN_k) = \frac{D_e(xN_k)}{D_e(N_k)} \quad (27)$$

внутренняя мера состояния, распределённого на идеале N_k симплекса

$$S^{|N_k|} = (k, N_k | k \in M), \quad (28)$$

что устанавливает гомоморфизм метрических свойств комплекса и его симплекса (28), как произвольного элемента данного комплекса

$$S^{|K_m|} = (K_0, K_m). \quad (29)$$

Рассмотрим три допустимых состояния объекта $(x, y, s) \subset X$. Возьмём состояние s в качестве эталона и определим некоторую окрестность X_s. Пусть $x, y \in X_s \subset X$. Если комплекс построен по состоянию эталона и x и y принадлежат окрестности эталона, то на любом подмножестве $N_k \in \mathcal{K}$ имеют место распределения $x = x(N_k)$, $y = y(N_k)$, на котором действует внутренняя мера $D(x) = D_i(N_k)(x)$, $D(y) = D_i(N_k)(y)$, которая порождает на множестве внутреннее $\mu(x, y) = x \cdot y$ и внешнее $v(x, y) = x \wedge y$ произведения данных состояний, прямая сумма которых равна на данном идеале тензорному произведению

$$x \otimes y = x \cdot y \oplus x \wedge y. \tag{30}$$

В дальнейшем знак тензорного произведения будем опускать, т.е. записывать тензорное произведение в виде xy, а знак прямой суммы писать "+".

Из (28) и (29) следует гомоморфизм цепного комплекса и симплекса, построенного на идеале, и соотношение (30) справедливо для любых состояний $x, y \in X_s$, т.е. для состояний, распределённых на цепных комплексах. Расслоение (30) в прямую сумму, наделённое на множестве X_s евклидовой структурой, представляет тензорное произведений состояний в виде суммы скалярного и кососкалярного произведений, т.е. евклидово пространство E^n разлагается в прямую сумму подпространств E_+^n и E_-^n, которое, с применением функционала (23), приводит к основному метрическому тождеству, тождеству Пифагора

$$D(xy) = D(x \cdot y) + D(x \wedge y). \tag{31}$$

Отсюда находим, что на бинарном отношении (x, y) для любых $x, y \in X_s$ имеет место разложение

$$(xy)^2 = (\mu - i|v|)(\mu + i|v|) = e^{-\frac{i\theta}{\tilde{h}}} D(xy) e^{\frac{i\theta}{\tilde{h}}}. \tag{32}$$

С учётом равенства $D(xy) = D(x)D(y)$ и обозначения $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$ получим представления состояний $x = x(\mathcal{K})$, $y = y(\mathcal{K})$:

$$x = \sigma(x) \exp\left(\frac{i\theta(x,y)}{2\tilde{h}}\right), \quad y = \sigma(y) exp\left(-\frac{i\theta(x,y)}{2\tilde{h}}\right). \tag{33}$$

Аргумент в (33) вычисляется по формуле

$$\theta(x,y) = \tilde{h}\, arctg\, \frac{x\times y}{x\cdot y}. \quad (34)$$

Эта функция (34) нечётная $\theta(x,y) = -\theta(y,x)$. Её знак зависит от поляризации системы отсчёта. Содержащийся в ней множитель $\tilde{h}$ служит метрическим коэффициентом согласованности евклидовой μ и симплектической ν мер с угловой радиальной мерой качественного расхождения состояний θ. Поскольку мера μ является мерой сходства состояний в их бинарном соответствии, а мера ν служит мерой расхождения, то при близости состояний

$$\theta \approx \tilde{h}\frac{|\nu|}{\mu}, \qquad \frac{\theta}{\tilde{h}} \approx \frac{|\nu|}{\mu}. \quad (35)$$

Представим массивы $x = \sigma(x)\Phi_s(x)$, $y = \sigma(y)\Psi_s(y)$ и $s \in X_s$ в форме упорядоченных векторов и их начала совместим с вершиной пирамиды в пространстве $\mathbb{R}^3$, рис. 3. При выполнении приближённого равенства

$$\theta_s(x) \approx \theta_s(y) + \theta_y(x) \quad (36)$$

трёхгранный угол уплощается. Получаем условие

$$\theta(x,y) = \theta_y(x) \approx \theta_s(x) - \theta_s(y), \quad (37)$$

подстановка которого в (33) приводит к представлению аксиального вектора x относительно вектора полярного y в подпространстве X_s пространства допустимых состояний X цепного комплекса (14) в виде

$$x \approx \sigma(x)\exp\left(i\frac{\theta_s(x)-\theta_s(y)}{2\tilde{h}}\right). \quad (38)$$

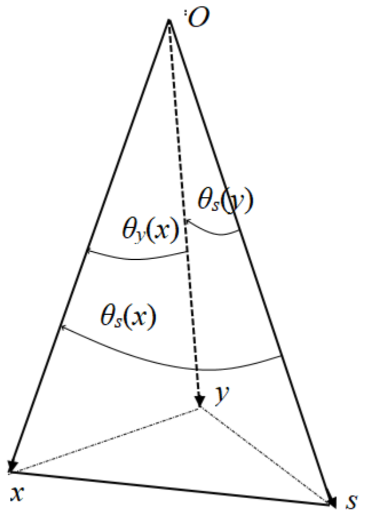

Рис. 3. Угловая интерпретация оценки качества.

Выражение (38) показывает, что аргумент (34) в представлении (33) определяется фиксацией полярного состояния комплекса. В практических задачах таким состоянием часто выступают текущий, тактический или стратегический планы.

Волновое описание взаимодействия элементов сети. Представление состояния объекта в виде циклического комплекса, в котором качество любого узла $k \in M$ любой цепи характеризуется на уровне абстракции N более подробным расслоением на идеале N_k универсальной внешней мерой D_e с возможностью её сужения на соответствующий идеал D_i, позволяет изучать данное состояние по его гомотопически эквивалентным составным элементам – симплексам, а его представление в форме произведения амплитуды и унитарного оператора качества допускает сведение этой абстракции к модели квантовой механики.

Действительно, запишем полярный вектор в виде

$$y = b\Psi, \qquad \Psi = e^{-i\varphi}, \tag{39}$$

и рассмотрим его динамику до состояния x, рис. 3. Будем полагать, что его амплитуда и аргумент являются функциями временного параметра, т.е. $b = b(t)$ и $\varphi = \varphi(t)$. Его динамическая оценка будет равна среднему на соответствующем идеале

$$D(y) = y^2 = y^*y = e^{i\varphi}b^*be^{-i\varphi} = e^{i\varphi}Be^{-i\varphi}, \tag{40}$$

где величина $B = b{*}b$ – эрмитов оператор. Равенство (40) показывает, что оценка состояния y равна среднему значению оператора (40)

$$D(y) = \overline{B(t)} = \ e^{i\varphi}Be^{-i\varphi} = e^{i\varphi}\bar{B}e^{-i\varphi}. \qquad (41)$$

Для определения скорости изменения оценки продифференцируем (41) по времени.

$$\frac{\partial D(y)}{\partial t} = \dot{\bar{B}} = e^{i\varphi}\dot{\bar{B}}e^{-i\varphi}. \qquad (42)$$

Получим

$$\dot{\bar{B}} = \dot{B} + i(\dot{\varphi}B - B\dot{\varphi}) = \dot{B} + i(HB - BH). \qquad (43)$$

Это основной постулат квантовомеханического описания динамики объекта в форме Гейзенберга, где оператор $H\ = \dot{\varphi}$ является функцией Гамильтона динамической системы, или гамильтоновым оператором. Гамильтониан характеризует скорость качественных изменение симплексов исходного комплекса, включая и сам комплекс, даёт возможность оценить состояние комплекса и всех его составляющих в момент времени t, если известно их состояние в момент времени t_0.

Если ввести обозначение $\Psi = e^{-i\varphi}$, то для скорости изменения собственной функции качества приходим к уравнению Шредингера

$$i\frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi. \qquad (44)$$

Из (44) следует, что гамильтониан полностью описывает изменение качества комплекса и всех его элементов. При независимости явно от времени оценки соответствующего симплекса, его оценка сводится к коммутатору с гамильтонианом, а в случае коммутативности её с гамильтонианом оценка наблюдаемого симплекса сохраняется при качественной эволюции комплекса в целом. В случае сохранения гамильтониана $H = E$ данный симплекс находится в стационарном состоянии, а его собственная величина E определяется как его энергия.

Стационарное состояние описывается уравнением

$$H\Psi = E\Psi, \qquad (45)$$

которое в силу (44) можно проинтегрировать

$$y = \Psi = b(q)e^{-iEt}, \tag{46}$$

т.е. состояние y, определяемое как масштабная функция качества Ψ при сравнении состояний, описывается выражением, в котором амплитуда не зависит от временного фактора.

Рассмотрим произвольный симплекс $S^{|N_k|}$ комплекса K ($k \in M$, $N_k \subset N$, $N \succ M$). Пусть $x, y \in X_s \subset A$ его состояния в окрестности эталона, которая является подпространством аффинного пространства A, полагая что данный симплекс находится в стационарном состоянии.

Предположим, что состояние x достаточно близко к состоянию y и такое, что существует малое параллельное смещение T_u: $y \to x = y + \boldsymbol{u}$, где $\boldsymbol{u} \in E^n$, где E^n евклидово пространство, присоединённое к аффинному пространству A^n. Разложим состояние x в окрестности полярного состояния y в ряд Тейлора по малому параметру $|\boldsymbol{u}|$

$$x = y + \boldsymbol{u} = \sum_{j=0}^{\infty} \boldsymbol{u}^j \frac{\nabla^j y}{j!} = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\boldsymbol{u}\nabla)^j}{j!}\right) y. \tag{47}$$

Находим оператор переноса

$$T_u = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\boldsymbol{u}\nabla)^j}{j!} = exp(\boldsymbol{u}\nabla), \tag{48}$$

в котором оператор преобразования координат ∇ связан с силовым воздействием на полярное состояние.

Это воздействие зафиксируем импульсом

$$\boldsymbol{p} = -ih\nabla, \tag{49}$$

где величина h по-прежнему является метрическим масштабным коэффициентом на множестве X_s. Тогда имеем:

$$x = a\Psi = \exp\left(\frac{i}{h}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{p}\right) y = \left[\exp\left(\frac{i}{h}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{p}\right) b\right] e^{-\frac{i}{h}Et}, \tag{50}$$

полагая

$$a = b \exp\left(\frac{i}{h}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{p}\right), \qquad \Psi = e^{-\frac{i}{h}Et}. \tag{51}$$

Тогда функция a характеризует масштабные преобразования амплитуды полярного состояния под воздействием силового импульса, а функция качества Ψ показывает, что в окрестности эталона данный симплекс находится в одном и том же энергетическом поле. Естественно соотношение (50) записать в виде

$$x = b\exp\left[\frac{i}{h}(\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{p} - Et)\right]. \qquad (52)$$

Общие заключения. Циклический комплекс является частным случаем квазинейронной сети, построим которую по определению нейрона. Будем рассматривать иерархическую многоуровневую экономическую или социальную структуру. Выделим в ней три произвольных слоя $N \succ M \succ L$, которые определим как проективные прямые с циклически квантованным распределением на них элементов структуры, узлов – ядер нейронов.

На промежуточном слое M зафиксируем произвольный узел k. Отметим все дуги-дендриты, заходящие в данное ядро со слоя N. Пусть они прикрепляются к аксонам множества $N_k \in N$ ядер слоя N. В узел $k \in M$ по каждому дендриту с соответствующего узла $s \in N$ N-слоя поступает сигнал a_s^k – продукт данного узла, который в узле $k \in M$ рассматривается в качестве ресурса производства, естественно полагая, что k-узел с помощью соответствующего синапса отбирает с аксона s-нейрона N-слоя соответствующий продукт в необходимом количестве. Получаем отображение A: $N \rightarrow M$ и $N \overset{A}{\rightarrow} M$, где $A = A_N^M$ матрица морфизмов, наделённых соответствующими весами a_s^k. Число дендритов $|N_k|$ k-ядра M-слоя, которые имеют связи с нейронами N-слоя, определим полустепенью захода. Таким образом, в данном комплексе, который представлен нейронной сетью, для каждого нейрона выделяется свой симплекс $S^{|N_k|} = (k, N_k \subset N|\, k \in M)$.

К аксону k-нейрона, как к логистическому центру его продукта, посредством иерархии морфизмов прикрепляются нейроны вышестоящих уровней. Пусть с k-нейроном M-уровня связаны нейроны множества $L_t \in L$ вышестоящего L-го уровня. Количество дендритов, прикреплённых к соответствующему аксону нейрона, называют полустепенью исхода.

Таким образом, каждый элемент иерархической структуры связан с множеством других элементов посредством заходящих и исходящих морфизмов.

Получаем представление сети в виде иерархической структуры K с фрагментом иерархии слоёв в виде диаграммы

$$\dots \xrightarrow{A_{n+1}^{n+2}} K_{n+1} \xrightarrow{A_n^{n+1}} K_n \xrightarrow{A_{n-1}^{n}} K_{n-1} \xrightarrow{A_{n-2}^{n-1}} \dots, \tag{53}$$

со свойствами

$$K_l A_n^l = K_n, \qquad A_l^n = A_l^m A_m^n. \tag{54}$$

Структура такой сети представляется категорией $\mathcal{K}$, где каждый элемент её абстрактного образа $x(\mathcal{K})$ обладает своим внутренним миром, со своими внутренними пространственными и временными метрическими характеристиками, со своей метрической масштабной единицей, а в совокупности множество таких параллельных Миров представляет Вселенную – вселенную Хью Эверетта.