УДК: 004.032.22, 004.8, 007.5, 316.4, 330.1, 519.24, 515.1

Соловьёв А.С., пенсионер
Россия, г. Ростов-на-Дону

К ПРИМЕНЕНИЮ ОСНОВНОГО МЕТРИЧЕСКОГО ТОЖДЕСТВА В АНАЛИЗЕ СОЦИАЛЬНОЙ ПАУТИНЫ.

Аннотация. *Рассматривается оценка работы паутинных сетей прямого и обратного распространения, которые появляются при описании процессов производственных и социальных систем, задач торговой сферы, обучения, управления. Каждый элемент сети рассматривается с позиции фундаментальных характеристик материи – взаимной зависимости и обусловленности качества и количества, которые связаны основным метрическим тождеством Пифагора и дают возможность применять в анализе методы математической физики. Представлена как приложение к работе автора* [3].

Ключевые слова: *социальные сети, теория выбора, мера, графы, комплекс, полиэдр, проективная геометрия, волновая функция.*

Solovyov A. S., Retiree
Russia, Rostov-on-don

ON THE APPLICATION OF THE BASIC METRIC IDENTITY IN THE ANALYSIS OF THE SOCIAL WEB.

Annotation. *The article considers the evaluation of the work of web networks of direct and reverse disseminations, which appear when describing the processes of production and social systems, tasks of the trade sphere, training, management. Each element of the network is considered from the position of fundamental characteristics of a matter – mutual dependence and conditionality of quality and quantity, which are connected by the Pythagorean fundamental metric identity and they give a chance to apply methods of mathematical physics in the analysis. Presented as an Appendix to the author's work* [3].

Keywords: *social networks, choice theory, measure, graphs, complex, polyhedron, projective geometry, wave function*

В первой строке предисловия к третьему изданию монографии "Теория катастроф" [1] автор обращает внимание на тот факт, что описание мира основано на тонкой игре непрерывного и дискретного. В учебном пособии "Естествознание" для школьников в разделе

"Дискретность и непрерывность в природе" [2] к пояснению этой темы приведена цитата: "Когда исследователь достигает стадии, на которой он перестаёт видеть за деревьями лес, он слишком охотно склоняется к разрешению этой трудности путём перехода к изучению отдельных листьев", - которая достаточно точно подчёркивает подобную связь.

В работе автора [3] рассматривается большая иерархическая сеть, которая проецируется на плоскость переходом в соответствующее проективное пространство. Сеть состоит из узлов и связей между ними. Связями узлы сети объединяются в ячейки, величина которых зависит от расстояния, с которого исследователь рассматривает данную сеть в её проекции. Каждая ячейка обладает своими индивидуальными качественными и количественными свойствами. Чем дальше исследователь удаляется от плоскости, тем мельче для него становятся ячейки, постепенно стягиваясь в узлы, наделяемые агрегатными свойствами совокупности соответствующих ячеек. В конце концов, постепенно удаляясь от плоскости в бесконечность, исследователь видит сплошной неделимый узел - элемент окружающего мира, который выделяется в нём своими качественными и количественными свойствами.

Распределённая на плоскости сеть тесно связана свойствами со свойствами плоскости. При деформации плоскости, например, при малых её изгибаниях [4], сеть также меняет свои свойства. С другой стороны, эти малые изгибания плоскости можно интерпретировать как возмущения сети.

Каждый объект сети находится во множестве связей с другими её объектами и в определённой степени может рассматриваться доминантой в этих связей. Как правило, такие сопряженные связи двойственны. Возьмём шофёра-экспедитора, который осуществляет доставку продукции в магазины. Прежде всего, он должен обеспечить "прямое распространение" продукции, т.е. обеспечить заявки магазинов. С другой стороны, что вполне естественно, определённые "обратные" требования к пунктам назначения продукции предъявляет и экспедитор. Таким образом, в сети обнаруживаем циркулирующие потоки прямого и обратного распространения. В дальнейшем будем рассматривать элементы сети с потоками прямого распространения. Пример простейшего элемента такой сети, симплекса, представлен графом, изображённым на рис. 1.

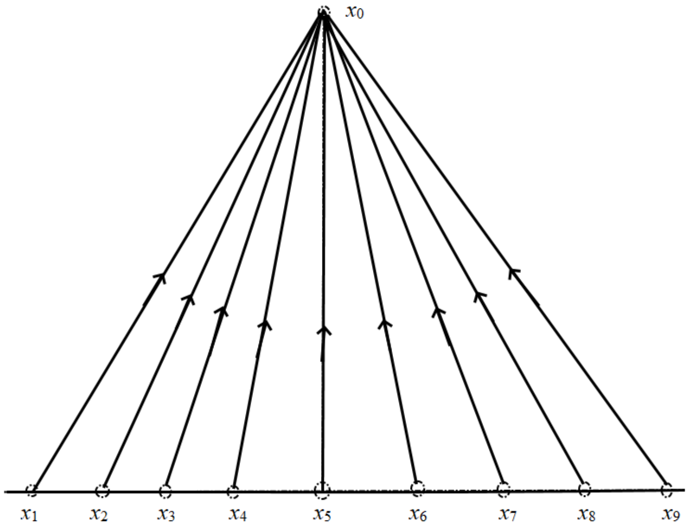

Рис. 1 Простейший элемент сети прямого распространения, симплекс.

Данный граф представляет структуру с "верхней" $\Gamma_+ = \{\boldsymbol{x}_0\}$ и "нижней" $\Gamma\_ = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_9\}$ гранями. Множество элементов этих граней обозначим соответственно $N_- = \{0\}$ и $N_+ = \{1, 2, \ldots, 9\}$ и введём обозначение $N = N_- \cup N_+$.

Каждый элемент $\boldsymbol{x}_i$ этой структуры наделён собственной функцией Ψ_i и имеет собственное (будем полагать неотрицательное) значение x_i, $i \in N$. Запишем это в виде

$$\boldsymbol{x}_i = x_i \Psi_i. \tag{1}$$

Из рис.1 следует соотношение

$$\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 + \ldots \boldsymbol{x}_n, \quad n = |N|. \tag{2}$$

Отметим, что элементы нижней грани образуют абелеву циклическую группу.

После подстановки в равенство (2) соотношений (1) и деления полученного равенства на собственное значение элемента верхнего уровня находим выражение собственной функции ведущего элемента сети (экспедитора)

$$\Psi_0 = p_1\Psi_1 + p_2\Psi_2 + \ldots + p_n\Psi_n. \qquad (3)$$

Здесь введены обозначения

$$p_i = x_i/x_0 \geq 0, \qquad (4)$$

которым можно придать экономический и математический смысл. Например, считать экономическим смыслом задачи экспедитора распределение ответственности в его обязательствах обеспечения продукцией магазинов.

В качестве математического смысла коэффициентов (4) можно полагать вероятности присутствия соответствующей собственной функции абонента в формировании собственной функции ведущего элемента, т.е. функции распределения вероятностей.

Если перейти в проективное пространство, то графу, изображённому на рис. 1 можно придать другой вид (рис.2)

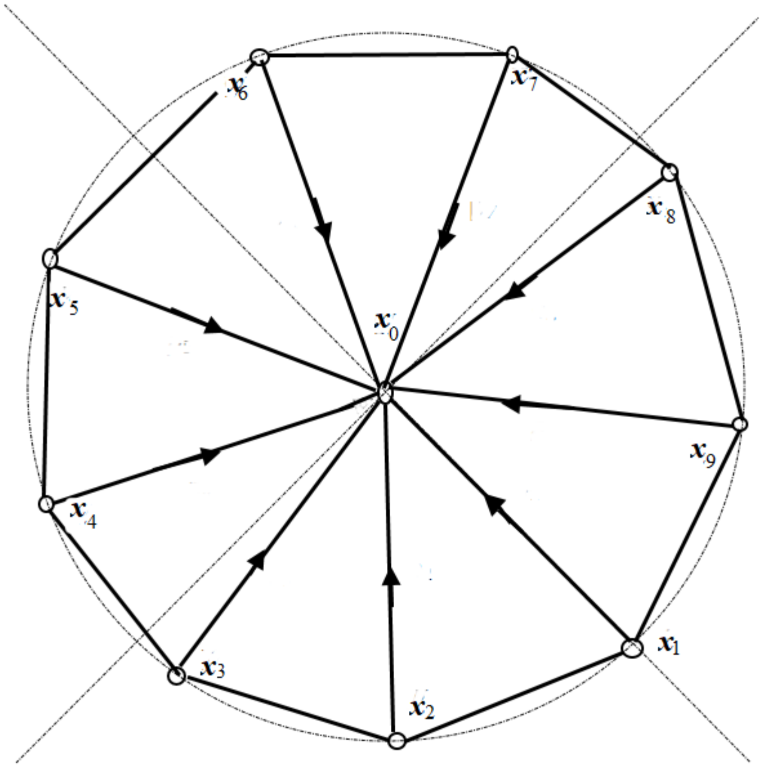

Рис. 2. Изображение графа на рис.1 в проективном пространстве.

Здесь прямая переходит в замкнутую без точек самопересечения плоскую линию, которая гомотопически эквивалентна окружности и на которой циклически равномерно могут быть квантованы элементы нижней грани графа. Элемент верхней грани помещается в центр этой окружности.

Если же данную структуру рассматривать как ячейку социальной или экономической сети, то на более высоком уровне она будет представлена агрегатным элементом $\boldsymbol{x}_0$ с количественной оценкой x_0 качества Ψ_0, т.е. сама становиться определённым узлом сети. В соответствие с [3] элементы такой структуры будем рассматривать как векторы или кватернионы большой сети в измеримом пространстве Клиффорда, с её гомоморфизмами, измеримыми разбиениями и фактор-пространствами.

Нормализация структуры (рис.2) приводит к графу, спинору изображённому на рис.3

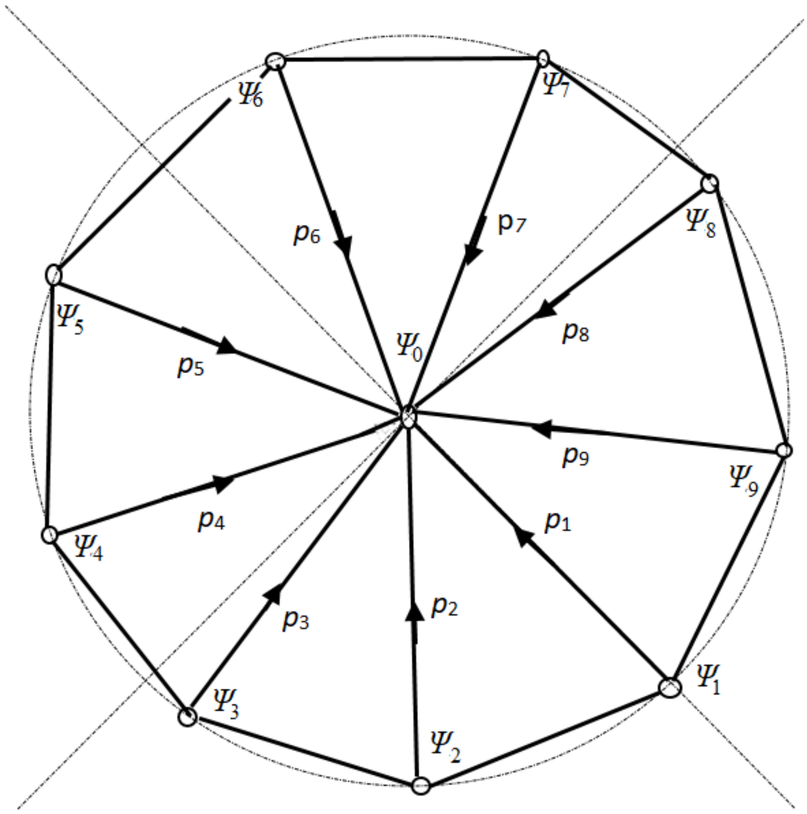

Рис. 3. Нормальный граф (рис. 1) в нормированном проективном пространстве.

В представленном на рис. 3 графе вершины характеризуются собственными функциями, а их количественная характеристика переносится на вес соответствующей смежной дуги. Здесь используем норму в координатах (4) проективного пространства

$$\sigma(\boldsymbol{x}_i) = \sqrt{D(\boldsymbol{x}_i)} = p_i. \tag{5}$$

Поскольку имеет место оценка узлов

$$\sigma(\Psi_i) = 1, \tag{6}$$

получаем условие

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1, \tag{7}$$

которое характеризует важность каждой связи в выделяемом модуле и может с успехом быть использовано в практике применения функционально-стоимостного анализа [5]. Как видим, данная количественная характеристика представляет линейно упорядоченное множество и равномерно квантуется на числовой оси, ортогональной плоскости графа в трёхмерном евклидовом пространстве [6].

Рассмотрим теперь объект, изображённый на рис. 4, который представлен ориентированным графом рис. 1 с двумя промежуточными срезами [7]

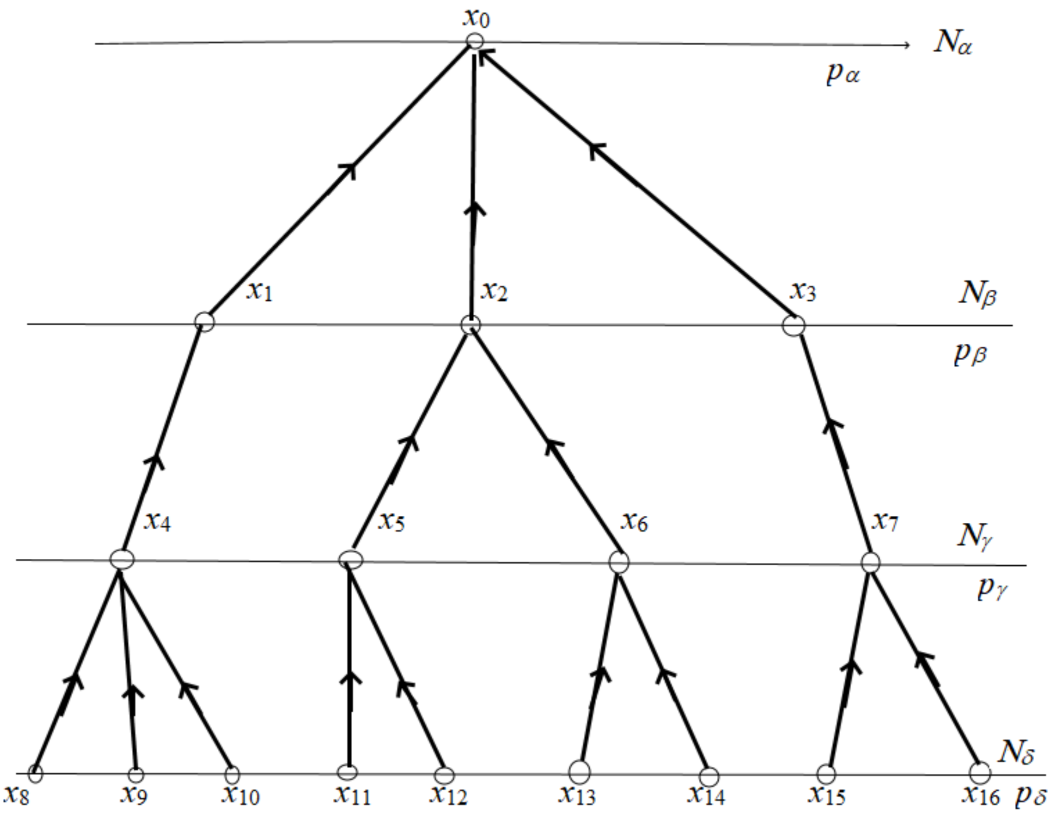

Рис. 4. Граф узла сети прямого распространения с двумя промежуточными срезами.

Предполагается, что он представлен некоторым узлом более ёмкой сети, находящимся на уровне α и который определяется смежными граничными узлами уровня δ с двумя промежуточными среза β и γ так, что $\alpha < \beta < \gamma < \delta$. Узлы срезов расположены на прямых p_α, p_β, p_δ, p_γ и их индексы отмечены множествами $N_\alpha = \{0\}$, $N_\beta = \{1, 2, 3\}$, $N_\gamma = \{ 4, 5, 6, 7\}$, $N_\delta = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$. Отсюда получаем множество вершин рассматриваемой структуры

$$N = \cup_{\tau=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta\}} N_\tau = \{0, 1, \dots, 16\}, \tag{8}$$

которая представима градуированным пучком [8] с резольвентой

$$0 \to N \xrightarrow{\delta} N_\delta \xrightarrow{H_\gamma^\delta} N_\gamma \xrightarrow{H_\beta^\gamma} N_\beta \xrightarrow{H_\alpha^\beta} N_\alpha \to 0. \tag{9}$$

Если ввести множество дуг

$$H = H_\alpha^\beta \cup H_\beta^\gamma \cup H_\gamma^\delta, \tag{10}$$

то данная структура определена малой категорией [9]

$$K = (N, H). \tag{11}$$

Задание на (11) числового функтора X (в общем случае, динамического $X = X(t)$) приводит к числовой категории $\boldsymbol{X} = (X, A)$, объекты которой определяет множество вершин $X = X(N)$, а морфизмы – множество дуг $A = X(H)$. Эта категория описывается гомоморфным пучком с числовыми коэффициентами, резольвента (9) которой принимает вид

$$0 \to \boldsymbol{X} \xrightarrow{\delta} \boldsymbol{X}_\delta \xrightarrow{A_\gamma^\delta} \boldsymbol{X}_\gamma \xrightarrow{A_\beta^\gamma} \boldsymbol{X}_\beta \xrightarrow{A_\alpha^\beta} \boldsymbol{X}_\alpha \to 0, \tag{12}$$

где $A_\alpha^\beta, A_\beta^\gamma, A_\gamma^\delta$ определяются соответствующими булевыми матрицами.

Если на графе, рис. 4, перейти в проективное пространство, то прямые p_α, p_β, p_γ, p_δ становятся гомотопически эквивалентны окружностям на соответствующих плоскостях P_α, P_β, P_γ, P_δ, (рис. 5), а соответствующие на них коалиции вершин, находящиеся в горизонтальных связях, можно равномерно на этих окружностях квантовать.

Из рис. 5, с учётом представления (1), находим, что объект $\boldsymbol{x}_0$ представляется комплексом $\boldsymbol{X}$ своих свойств, который опирается на полиэдр $\boldsymbol{\Psi} = (\Psi_i\text{: } i \in N\backslash\{0\})$ его собственных функций [10].

В соответствие с работой Рохлина [11] мера, построенная в евклидовом пространстве $\boldsymbol{X}$, будет сужаться на каждое подпространство $\boldsymbol{X}_\alpha$, $\boldsymbol{X}_\beta$, $\boldsymbol{X}_\gamma$ и $\boldsymbol{X}_\delta$, т.е. распространяться на элементы этих окружностей и, как следствие, для каждого из них будет справедлива норма (5).

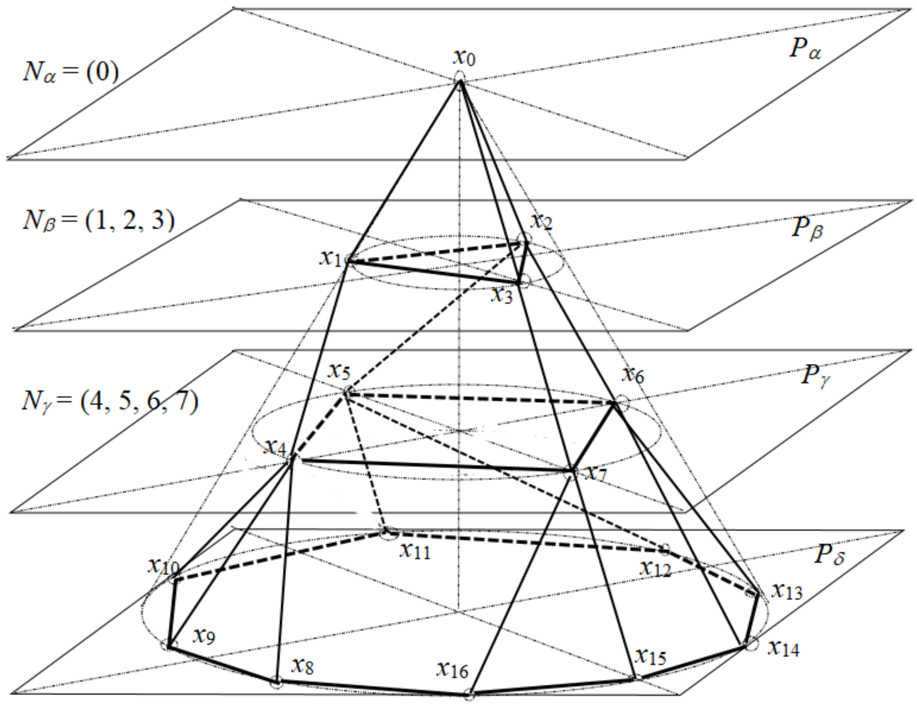

Рис. 5. Представление плоской структуры (рис. 4) пространственным комплексом.

Нормируя наблюдаемую

$$\boldsymbol{x}_0 = x_0\Psi_0, \tag{13}$$

т.е. определяя единицу его качества, получаем на каждой проективной плоскости своё выражение её агрегатного качества, которые приводит к трём взаимно зависимым уравнениям, последовательно расширяющие диапазон его свойств с оценкой важности каждого свойства в послойном представлении рассматриваемого количественного значения качества наблюдаемой. Эти оценки можно представить вероятностной гистограммой. В силу подобной интерпретации, с учётом гистограммы, окружности гомотопической эквиваленсией можно изобразить в виде эллипсов.

"Геодезическое" отображение комплекса на рис 5 на плоскость P проектирует на эту плоскость все изображения на построенных ранее проективных плоскостях. Получаем фигуру, изображённую на рис.6. Эта фигура представляет сеть, которая при детализации её свойств может неограниченно расширяться. Исходя из построения, в такой сети каждый её узел можно взять за наблюдаемую.

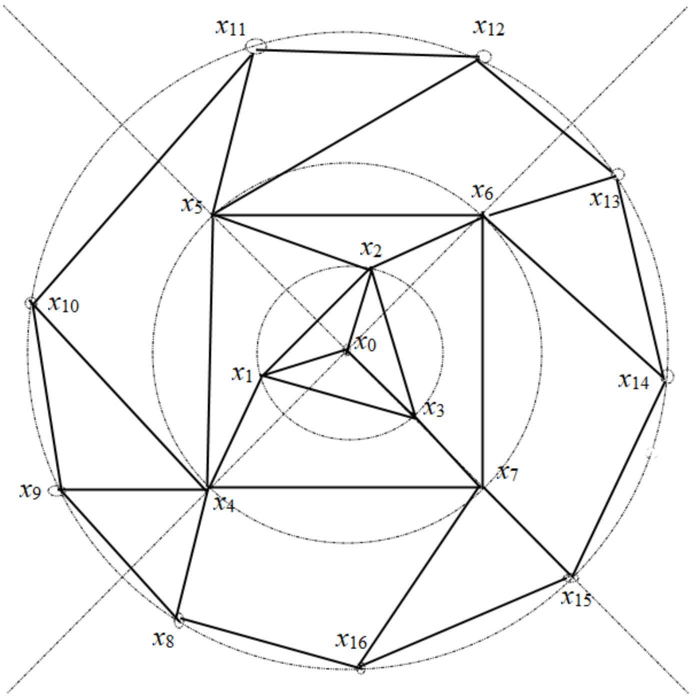

Рис. 6. Изображение комплекса на проективной плоскости.

С учётом волновой интерпретации функции качества [3, (29)] возмущения сети будут связаны с возмущениями плоскости, а их динамика будет описываться уравнениями математической физики.

Использованные источники.

1. В.И. Арнольд Теория катастроф //М., Наука, 1990.
2. https://www.tepka.ru/estestvoznanie/index.html
3. Соловьёв А.С. Анализ социальных и экономических сетей //"Экономика и социум", №6(73), 2020.

4. Мокрищев, К. К. Введение в теорию бесконечно малых изгибаний поверхностей /Рост. гос. ун-т. - Ростов н/Д //Изд-во Рост. ун-та, 1963.

5. Земсков С.А. Практика применения функционально-стоимостного анализа //М., Финансы и статистика, 1987.

6. Идлис Г.М. Единство естествознания по Бору и единообразные взаимосвязанные периодические системы физики, химии, биологии и психологии /Исследования по истории физики и механики, 1990 //М., Наука, 1990.

7. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику //М., Наука, 1975.

8. Бредон Г. Теория пучков //М., Наука, 1988.

9. И. Букур, А. Деляну. Введение в теорию категорий //Мир, 1972.

10. Понтрягин Л.С. Основы комбинаторной топологии //М., Наука, 1988.

11. Рохлин В.А. Об основных понятиях теории меры /Мат. сборник, т. 25(67), вып. 1 //М., АН СССР, 1949.